

# STOCHASTIK: Erwartungswert



Den **Erwartungswert** können Sie von einer Zufallsvariable berechnen. Nimmt die Zufallsvariable  $X$  die Wert  $x_1, x_2, \dots, x_n$  mit den Wahrscheinlichkeiten  $p_1, p_2, \dots, p_n$  an, so können Sie den Erwartungswert  $E(X)$  der Zufallsgröße  $X$

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i * p_i$$

## Übung 1

Berechnen Sie den Erwartungswert der Zufallsvariable "Anzahl der Wappen" beim Münzwurf, wenn

- a) einmal geworfen wird.
- b) zweimal geworfen wird.
- c) viermal geworfen wird.
- d) achtmal geworfen wird.

## Übung 2

Berechnen Sie den Erwartungswert "Anzahl der Sechsen" beim sechsfachen Würfelwurf.

## Übung 3

Berechnen Sie den Erwartungswert "Anzahl der richtig getippten Zahlen" beim Lotto 6 aus 49 ohne Berücksichtigung der Zusatzzahl.

# LÖSUNG:

## Übung 1

$$a) E(X) = 0 * P(0 \text{ Wappen}) + 1 * P(1 \text{ Wappen}) = 0 * 0,5^0 * 0,5^1 + 1 * 0,5^1 * 0,5^0 = 0,5$$

$$b) E(X) = 0 * P(0 \text{ Wappen}) + 1 * P(1 \text{ Wappen}) + 2 * P(2 \text{ Wappen}) = 0 * \binom{2}{0} * 0,5^0 * 0,5^2 + 1 * \binom{2}{1} * 0,5^1 * 0,5^1 + 2 * \binom{2}{2} * 0,5^2 * 0,5^0 = 0 + 0,5 + 0,5 = 1$$

$$c) E(X) = 0 * P(0 \text{ Wappen}) + 1 * P(1 \text{ Wappen}) + 2 * P(2 \text{ Wappen}) + 3 * P(3 \text{ Wappen}) + 4 * P(4 \text{ Wappen}) = 0 * \binom{4}{0} * 0,5^0 * 0,5^4 + 1 * \binom{4}{1} * 0,5^1 * 0,5^3 + 2 * \binom{4}{2} * 0,5^2 * 0,5^2 + 3 * \binom{4}{3} * 0,5^3 * 0,5^1 + 4 * \binom{4}{4} * 0,5^4 * 0,5^0 = 0 + 4 * 0,5^4 + 12 * 0,5^4 + 12 * 0,5^4 + 4 * 0,5^4 = 32 * 0,5^4 = 2$$

$$d) E(X) = 0 * P(0 \text{ Wappen}) + 1 * P(1 \text{ Wappen}) + 2 * P(2 \text{ Wappen}) + 3 * P(3 \text{ Wappen}) + 4 * P(4 \text{ Wappen})$$

$$+ 5 * P(5 \text{ Wappen}) + 6 * P(6 \text{ Wappen}) + 7 * P(7 \text{ Wappen}) + 8 * P(8 \text{ Wappen}) =$$

$$0 * \binom{8}{0} * 0,5^0 * 0,5^8 + 1 * \binom{8}{1} * 0,5^1 * 0,5^7 + 2 * \binom{8}{2} * 0,5^2 * 0,5^6 + 3 * \binom{8}{3} * 0,5^3 * 0,5^5 +$$

$$4 * \binom{8}{4} * 0,5^4 * 0,5^4 + 5 * \binom{8}{5} * 0,5^5 * 0,5^3 + 6 * \binom{8}{6} * 0,5^6 * 0,5^2 + 7 * \binom{8}{7} * 0,5^7 * 0,5^1 +$$

$$8 * \binom{8}{8} * 0,5^8 * 0,5^0 =$$

$$0 + 8 * 0,5^8 + 56 * 0,5^8 + 168 * 0,5^8 + 280 * 0,5^8 + 280 * 0,5^8 + 168 * 0,5^8 + 56 * 0,5^8 + 8 * 0,5^8$$

=

$$1024 * 0,5^8 = 4$$

### Übung 2

$$\begin{aligned}
 E(x) &= 0 * \binom{6}{0} * \left(\frac{1}{6}\right)^0 * \left(\frac{5}{6}\right)^6 + 1 * \binom{6}{1} * \left(\frac{1}{6}\right)^1 * \left(\frac{5}{6}\right)^5 + 2 * \binom{6}{2} * \left(\frac{1}{6}\right)^2 * \left(\frac{5}{6}\right)^4 \\
 &+ 3 * \binom{6}{3} * \left(\frac{1}{6}\right)^3 * \left(\frac{5}{6}\right)^3 + 4 * \binom{6}{4} * \left(\frac{1}{6}\right)^4 * \left(\frac{5}{6}\right)^2 + 5 * \binom{6}{5} * \left(\frac{1}{6}\right)^5 * \left(\frac{5}{6}\right)^1 + 6 * \binom{6}{6} * \left(\frac{1}{6}\right)^6 * \left(\frac{5}{6}\right)^0 \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

### Übung 3

$$\begin{aligned}
 E(X) &= 0 * \frac{\binom{6}{0} * \binom{43}{6}}{\binom{49}{6}} + 1 * \frac{\binom{6}{1} * \binom{43}{5}}{\binom{49}{6}} + 2 * \frac{\binom{6}{2} * \binom{43}{4}}{\binom{49}{6}} + 3 * \frac{\binom{6}{3} * \binom{43}{3}}{\binom{49}{6}} + 4 * \frac{\binom{6}{4} * \binom{43}{2}}{\binom{49}{6}} \\
 &+ 5 * \frac{\binom{6}{5} * \binom{43}{1}}{\binom{49}{6}} + 6 * \frac{\binom{6}{6} * \binom{43}{0}}{\binom{49}{6}} \approx 0,564
 \end{aligned}$$