GEOMETRIE:
Dreieck mit 3 gleichen Seiten

Mit Hilfe des **Sinussatzes** $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$

und des **Kosinussatzes**

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab * \cos\gamma$ oder $a^2 = c^2 + b^2 - 2cb * \cos\alpha$ oder $b^2 = c^2 + a^2 - 2ca * \cos\beta$

lassen sich **Dreiecke** eindeutig bestimmen, wenn sie kongruent sind.
Sind 2 Seiten und der eingeschlossene Winkel gegeben so sind Dreiecke **kongruent**.

Übung 1

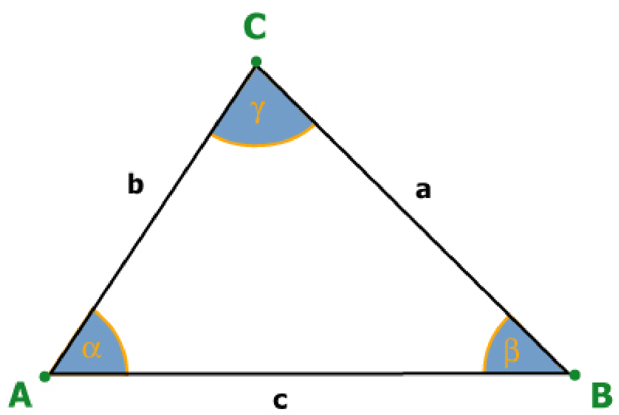
a) Gegeben sei ein Dreieck mit $a = 3$, $b = 4$ und $\gamma = 90°$. Bestimmen Sie α,β und c.

b) Gegeben sei ein Dreieck mit $c = 3$, $b = 3$ und $\alpha = 60°$. Bestimmen Sie a,β und γ.

c) Gegeben sei ein Dreieck mit $a = 3$, $c = 3$ und $\beta = 80°$. Bestimmen Sie α,b und γ.

d) Welcher Satz ergibt sich aus dem Kosinussatz, wenn ein Winkel 90° ist ?

Übung 2
Gegeben seien von dem Dreieck in der Abbildung die Seitenlänge a, b und γ



a) Schreiben Sie eine Konstruktionsbeschreibung.

b) Schreiben Sie einen allgemeinen Lösungsweg auf, um die Winkel α,β und die Seite c zu bestimmen.

LÖSUNG:

Übung 1

a) Es gilt laut Kosinussatz:

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab * \cos\gamma = 3^2 + 4^2 - 2 * 3 * 4 * \cos 90° = 25$

$\Rightarrow c = 5$

Laut Sinussatz gilt:

$\frac{a}{c} = \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}$

$\Leftrightarrow \sin\alpha = \frac{a}{c} * \sin\gamma = \frac{3}{5} * \sin 90° = 0{,}6$

$\Rightarrow \alpha \approx 36{,}87°$

$\beta = 180° - \alpha - \gamma = 180° - 36{,}87° - 90° = 53{,}13°$

b)

$a^2 = c^2 + b^2 - 2cb * \cos\alpha = 3^2 + 3^2 - 2 * 3 * 3 * \cos 60° = 9$

$\Rightarrow a = 3$

$\frac{c}{a} = \frac{\sin\gamma}{\sin\alpha}$

$\sin\gamma = \frac{c}{a} * \sin\alpha = \frac{3}{3} * \sin 60° \approx 0{,}866$

$\Rightarrow \gamma = 60°$

$\beta = 180° - \alpha - \gamma = 180° - 60° - 60° = 60°$

c)

$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca * \cos\beta = 3^2 + 3^2 - 2 * 3 * 3 * \cos 80° \approx 14{,}87$

$\Rightarrow b \approx 3{,}86$

Laut Sinussatz:

$\frac{c}{b} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta}$

$\sin\gamma = \frac{c}{b} * \sin\beta \approx 0{,}766$

$\Rightarrow \gamma = 50°$
$\alpha = 180° - \gamma - \beta = 180° - 80° - 50° = 50°$

d) Ist der Winkel 90° so ist der cos 90° = 0, damit hat man den Satz des Pythagoras.

Übung 2

a) Konstruktionsbeschreibung:

1. Zeichnen Sie die Strecke a.

2. Zeichnen Sie den Winkel γ an den Punkt C

3. Schlagen Sie um den Punkt C einen Kreis mit dem Radius r = b. Der Schnittpunkt ist der Punkt A

4. Zeichnen Sie die Strecke AB.

b) Es gilt laut Kosinussatz:

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab * \cos\gamma$, daraus können Sie c berechnen

Mit Hilfe des Kosinussatzes können Sie β bestimmen

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac * \cos\beta$

$\Leftrightarrow \cos\beta = -\frac{b^2 - c^2 - a^2}{2ca}$, daraus lässt sich β bestimmen.

$\alpha = 180 - \gamma - \beta$, laut Winkelsummensatz im Dreieck.