FUNKTIONEN:
Stammfunktionen

Gegeben sei eine Funktion f(x). Die **Stammfunktion** F(x) muss folgende Eigenschaften haben:

$F'(x) = f(x)$

Sei $f(x) = x^r$, mit $r \in \nabla \setminus \{-1\}$

Dann ist

$$F(x) = \frac{1}{r+1} x^{r+1} + c \text{, mit } c \in \nabla$$

Wichtige Ableitungen:

$f(x) = \sin x \Rightarrow f'(x) = \cos x$
$f(x) = \cos x \Rightarrow f'(x) = -\sin x$
$f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$
$f(x) = \ln x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$

Übung 1
Bestimmen Sie die Stammfunktion zu folgenden Funktionen:

a) $f(x) = x^2$
b) $f(x) = x^3 + 2x$
c) $f(x) = 3x^4 + 2x^2 + 4$
d) $f(x) = (x-2) * (x+2)$

Übung 2
Bestimmen Sie die Stammfunktion zu folgenden Funktionen mit Hilfe der oben angegebenen Ableitungen:

a) $f(x) = \frac{2}{x}$
b) $f(x) = \sin x$
c) $f(x) = \cos x$
d) $f(x) = 2e^x$

e) $f(x) = e^{2x}$ (Hinweis leiten Sie f(x) erst ab, um eine dann eine Vermutung für die Stammfunktion zu bekommen. Beweisen Sie es, indem Sie die Stammfunktion ableiten)

f) $f(x) = \sin 2x$ (Hinweis leiten Sie f(x) erst ab, um eine dann eine Vermutung für die Stammfunktion zu bekommen. Beweisen Sie es in dem Sie die Stammfunktion ableiten)

LÖSUNG:

Übung 1

a) $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + c$

$F'(x) = 3 * \frac{1}{3} * x^2 = x^2$

b) $F(x) = \frac{1}{4}x^4 + x^2 + c$

c) $F(x) = \frac{3}{5}x^5 + \frac{2}{3}x^3 + 4x + c$

d) $f(x) = (x-2) * (x+2) = x^2 - 4$

$F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + c$

Übung 2

a) $f(x) = \frac{2}{x}$

$F(x) = 2 * \ln x + c$

b) $f(x) = \sin x$

$F(x) = -\cos x + c$

c) $f(x) = \cos x$

$F(x) = \sin x + c$

d) $f(x) = 2e^x$

$F(x) = 2e^x + c$

e) $f(x) = e^{2x}$

$f'(x) = 2 * e^{2x}$

$F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + c$

$F'(x) = \frac{1}{2} * 2 * e^{2x} = e^{2x} = f(x)$

f) $f(x) = \sin 2x$

$f'(x) = 2 * \cos 2x$

$F(x) = -\frac{1}{2} * \cos 2x + c$

$F'(x) = -\frac{1}{2} * 2 * (-\sin 2x) = \sin 2x = f(x)$