

# ALGEBRA: Gleichsetzungsverfahren



**Gegeben sind zwei Gleichungen I. und II. mit den Unbekannten x und y:**

$$\begin{aligned} \text{I. } & 4 = 5x + y \\ \text{II. } & 6 = 8x + 2y \end{aligned}$$

Beide Gleichungen nach einer Unbekannten auflösen (hier: y):

$$\begin{aligned} \text{I. } & 4 = 5x + y \quad | -5x \Leftrightarrow 4 - 5x = y \\ \text{II. } & 6 = 8x + 2y \quad | -8x \Leftrightarrow 6 - 8x = 2y \quad | :2 \Leftrightarrow 3 - 4x = y \end{aligned}$$

Beide Gleichungen gleichsetzen und nach einer Unbekannten auflösen (hier x):

$$4 - 5x = 3 - 4x \quad | +5x \Leftrightarrow 4 = 3 + x \quad | -3 \Leftrightarrow 1 = x$$

Das Ergebnis setzen Sie in eine der beiden Gleichungen (hier: Gleichung I.) ein und lösen Sie nach der anderen Unbekannten (hier: y) auf:

$$\text{I. } 4 = 5 \cdot 1 + y \quad | -5 \Leftrightarrow -1 = y$$

Zur Überprüfung der Lösung setzen Sie die Lösung in beide Gleichungen ein:

$$\begin{aligned} \text{I. } & 4 = 5 \cdot 1 + (-1) = 4 \\ \text{II. } & 6 = 8 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) = 6 \end{aligned}$$

## Übung 1

Bestimmen Sie x und y nach dem Gleichsetzungsverfahren:

$$\begin{aligned} \text{a) I. } & 10 = x + y \\ & \text{II. } 4 = y - x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) I. } & 10 = 3x + 2y \\ & \text{II. } 12 = 3x + 3y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) I. } & 15 = x + y \\ & \text{II. } 6 = 2x - y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) I. } & 2 = 3x + 2y \\ & \text{II. } 5 = 6x + 6y \end{aligned}$$

## Übung 2

Bestimmen Sie die Gleichungen und lösen Sie diese mit dem Gleichsetzungsverfahren.

- Peter kauft 3 Äpfel und 4 Birnen. Er muss 4,30 € bezahlen. Lisa erhält für ihre 3,90 € 5 Äpfel und 2 Birnen. Wie viel kosten ein Apfel und eine Birne?
- Die Oma von Lisa ist fünfmal mal so alt wie sie. In 4 Jahren ist sie nur noch viermal mal so alt wie Lisa. Wie alt sind Lisa und ihre Oma heute?
- Max und Paul haben zusammen 100 Murmeln. Nachdem Max 25 Murmeln von Paul gewonnen hat, hat Max dreimal soviel wie Paul. Wie viele Murmeln hatten Max und Paul jeweils am Anfang?

# LÖSUNG:

1. a) I.  $10 = x + y \quad | -x \Leftrightarrow 10 - x = y$   
 II.  $4 = y - x \quad | +x \Leftrightarrow 4 + x = y$

Gleichsetzen:

$$10 - x = 4 + x \quad | +x \quad 10 = 4 + 2x \quad | -4 \Leftrightarrow 6 = 2x \quad | :2 \Leftrightarrow x = 3$$

Einsetzen in die Gleichung I.:

$$I. \quad 10 = 3 + y \quad | -3 \Leftrightarrow 7 = y$$

Überprüfen:

$$I. \quad 10 = 7 + 3 = 10$$

$$II. \quad 4 = 7 - 3 = 4$$

b) I.  $15 = x + y \quad | -x \Leftrightarrow 15 - x = y$   
 II.  $6 = 2x - y \quad | +y \Leftrightarrow 6 + y = 2x \quad | -6 \Leftrightarrow y = 2x - 6$

Gleichsetzen:

$$15 - x = 2x - 6 \quad | +x \Leftrightarrow 15 = 2x - 6 \quad | +6 \Leftrightarrow 21 = 3x \quad | :3 \Leftrightarrow x = 7$$

Einsetzen in die Gleichung I.:

$$I. \quad 15 = 7 + y \quad | -7 \Leftrightarrow 8 = y$$

Überprüfen:

$$I. \quad 15 = 7 + 8 = 15$$

$$II. \quad 6 = 2 \cdot 7 - 8 = 6$$

c) I.  $10 = 3x + 2y \quad | -2y \Leftrightarrow 10 - 2y = 3x$   
 II.  $12 = 3x + 3y \quad | -3y \Leftrightarrow 12 - 3y = 3x$

Gleichsetzen:

$$10 - 2y = 12 - 3y \quad | +3y \Leftrightarrow 10 + y = 12 \quad | -10 \Leftrightarrow y = 2$$

Einsetzen in die Gleichung I.:

$$I. \quad 10 = 3x + 2 \cdot 2 \quad | -4 \Leftrightarrow 6 = 3x \quad | :3 \Leftrightarrow 2 = x$$

Überprüfen:

$$I. \quad 10 = 3 \cdot 2 + 2 \cdot 2 = 10$$

$$II. \quad 12 = 3 \cdot 2 + 3 \cdot 2 = 12$$

d) I.  $2 = 3x + 2y \quad | -3x \Leftrightarrow 2 - 3x = 2y \quad | :2 \Leftrightarrow 1 - \frac{3}{2}x = y$

II.  $5 = 6x + 6y \quad | -6x \Leftrightarrow 5 - 6x = 6y \quad | :6 \Leftrightarrow \frac{5}{6} - x = y$

Gleichsetzen:

$$1 - \frac{3}{2}x = \frac{5}{6} - x \quad | +\frac{3}{2}x \Leftrightarrow 1 = \frac{5}{6} + \frac{1}{2}x \quad | -\frac{5}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{6} = \frac{1}{2}x \quad | *2 \Leftrightarrow \frac{1}{3} = x$$

Einsetzen in die Gleichung I.:

I.  $2 = 3 * \frac{1}{3} + 2y \quad | -1 \Leftrightarrow 1 = 2y \quad | :2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} = y$

Überprüfen:

I.  $2 = 3 * \frac{1}{3} + 2 * \frac{1}{2} = 2$

II.  $5 = 6 * \frac{1}{3} + 6 * \frac{1}{2} = 5$

## Übung 2

- a) Sei a der Preis für einen Apfel und b der Preis für eine Birne.  
 I.  $3a + 4b = 4,30 \mid - 3a \Leftrightarrow 4,30 - 3a = 4b \mid : 4 \Leftrightarrow 1,075 - 0,75a = b$   
 II.  $3,90 = 5a + 2b \mid -5a \Leftrightarrow 3,90 - 5a = 2b \mid :2 \Leftrightarrow 1,95 - 2,5a = b$

Gleichsetzen:

$$1,075 - 0,75a = 1,95 - 2,5a \mid + 2,5a \Leftrightarrow 1,075 + 1,75a = 1,95 \mid - 1,075 \\ \Leftrightarrow 1,75a = 0,875 \mid :1,75 \Leftrightarrow a = 0,5$$

Einsetzen in die Gleichung I.:

$$I. \quad 3,9 = 5 * 0,5 + 2b \mid -2,50 \Leftrightarrow 1,4 = 2b \mid :2 \Leftrightarrow b = 0,7$$

Überprüfen:

$$I. \quad 4,30 = 3 * 0,5 + 4 * 0,7 = 4,30$$

$$II. \quad 3,90 = 5 * 0,5 + 2 * 0,7 = 3,90$$

Ein Apfel kostet 0,50€. Die Birne kostet 0,70€

- b) Sei O das Alter der Oma heute und L das Alter von Lisa heute.  
 I.  $O = 5L$   
 II.  $O + 4 = (L+4) * 4 = 4L + 16 \mid -4 \Leftrightarrow O = 4L + 12$

Gleichsetzen:

$$5L = 4L + 12 \mid -4L \Leftrightarrow L = 12$$

Einsetzen in die Gleichung I.:

$$I. \quad O = 5 * 12 = 60$$

Überprüfen:

$$I. \quad 60 = 5 * 12 = 60$$

$$II. \quad 64 = 60 + 4 = (12 + 4) * 4 = 64$$

Die Oma ist heute 60 und Lisa 12 Jahre alt.

- c) Sei M die Anzahl der Murmeln von Max am Anfang und P die Anzahl der Murmeln von Paul am Anfang.

$$I. \quad M + P = 100 \mid - P \Leftrightarrow M = 100 - P$$

$$II. \quad M + 25 = 3 * (P - 25) = 3P - 75 \mid + 25 \Leftrightarrow M = 3P - 100$$

Gleichsetzen:

$$100 - P = 3P - 100 \mid + P \Leftrightarrow 200 = 4P \mid :4 \Leftrightarrow P = 50$$

Einsetzen in die Gleichung I.:

$$I. \quad M + 50 = 100 \mid - 50 \Leftrightarrow M = 50$$

Überprüfen:

$$I. \quad 100 = 50 + 50 = 100$$

$$II. \quad 75 = 50 + 25 = 3 * (50 - 25) = 75$$

Max und Paul hatten am Anfang jeweils 50 Murmeln.